Sintesi Additiva

di Vincenzo Pernisco

1. Il Principio di sovrapposizione e l'analisi di Fourier

Il moto armonico semplice è solo un caso particolare di moto periodico oscillatorio. Ma un moto periodico generale viene descritto da una qualsiasi

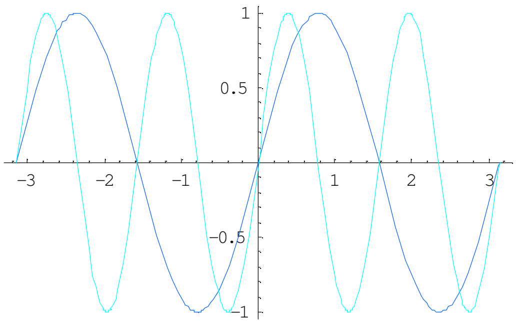
$$x = f(t) \tag{0.1}$$

dove la funzione *f(t)* è periodica di periodo *T* e gode, per definizione, della proprietà $f(t+T) = x$. Questo vuol dire che il diagramma di f è sempre lo stesso ad intervalli di tempo uguali a *T*.

Consideriamo ora ad esempio due onde che abbiano equazione

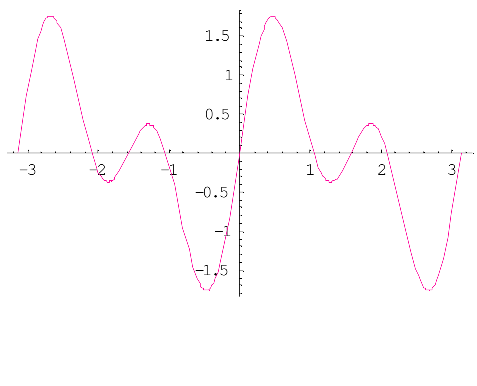
$x_1(t) = A_1 sen(\omega t)$

$x_2(t) = A_2 sen(2\omega t)$



che abbiano rispettivamente periodo *T* e *T/2*. Se sommiamo membro a membro, otteniamo la funzione d'onda

$x(t) = A_1 sen(\omega t) + A_2 sen(2\omega t)$ anch'essa di periodo *T*.



Sebbene l'onda sia periodica, essa non è semplice. Se pensiamo di incrementare via via il numero di moti armonici che compongono *x(t)* con onde della forma

$sen(3\omega t)$; $sen(4\omega t)$; $sen(5\omega t)$ etc.

vediamo che si possono ottenere onde complesse periodiche a partire da onde semplici periodiche. Questo concetto, qui espresso in termini molto intuitivi (*per la dimostrazione analitica scrivete a* vincenzo.pernisco@email.it), si chiama **principio di sovrapposizione**. D'altra parte, è vero pure il ragionamento inverso. Il matematico francese J. Fourier dimostrò per via matematica che una qualsiasi onda periodica di periodo $T = 2\pi / \omega$ si può esprimere come la somma

$$x(t) = A_0 + A_1 sen(\omega t) + A_2 sen(2\omega t) + \ldots + A_n sen(n\omega t) + \ldots B_1 sen(\omega t) + B_2 sen(2\omega t) + \ldots B_n sen(n\omega t) + \ldots$$

Questa espressione si chiama **serie di Fourier** e vale esclusivamente per onde periodiche. Riscrivendo la stessa attraverso la frequenza,

$$x(t) = A_0 + A_1 sen(2\pi\nu t) + A_2 sen(2\pi 2\nu t) + \ldots + A_n sen(2\pi n\nu t) + \ldots B_1 sen(2\pi\nu t) + B_2 sen(2\pi 2\nu t) + \ldots B_n sen(2\pi n\nu t) + \ldots$$

La frequenza ν si chiama **fondamentale** o **I armonica**, le altre sono dette rispettivamente **II armonica**, **III armonica**, etc. In sostanza, si definiscono **armoniche** le oscillazioni periodiche multiple intere della fondamentale. L'insieme delle armoniche si dice **spettro** (armonico) dell'onda. I coefficienti A_0, A_1, A_2 ... A_n....B_1, B_2. B_n... si possono comunque calcolare solo in casi molto particolari e, oltretutto, nella pratica non si ha mai l'espressione analitica di un'onda sonora. Per cui sono stati creati degli apparecchi come i risonatori o dispositivi elettronici che seguono algoritmi come la FFT (*Fast Fourier Transform*) per analizzare le onde.